



MODELO DE LUMINISCENCIA PARA DETECTORES DE RADIACIÓN POR IONES DE BAJA ENERGÍA.

H. Simón Cruz Galindo

Departamento de Protección Radiológica Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares. Carretera México Toluca, km 36.5, Ocoyoacac, Edo. de México.

email: scg@nuclear.inin.mx

1. RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo de luminiscencia con parámetro de impacto clásico, y su modificación con un nuevo parámetro de impacto cuántico, por medio del cual un ión energético incidente sobre un material produce una distribución de energía depositada debida a los electrones secundarios dispersados a lo largo de la trayectoria del ión; se explica a continuación como se aplica a un modelo de luminiscencia por medio de una integración numérica. Se aplica el modelo modificado con el parámetro de impacto cuántico a detectores de CsI(Tl) para iones de energía < 3 MeV/A, que mejora el ajuste de los datos experimentales y se hace la comparación con los datos del modelo original.

2. MODELO CLÁSICO DE DEPOSICIÓN DE ENERGÍA DEL ELECTRON

En el modelo de Michaelian-Menchaca se toma una aproximación comúnmente usada para derivar una expresión clásica para la pérdida específica de energía dE/dx (la ecuación de Bethe-Bloch). Se hace uso de una "aproximación de impulso" suponiendo que la colisión entre el ion incidente y los electrones del medio dura un tiempo tan corto, en comparación al inverso de la frecuencia natural del electrón, que un impulso es dado al electrón sin cambiar su posición durante el tiempo de la colisión. El electrón es por consiguiente confinado a moverse perpendicularmente a la trayectoria del ion.

Para determinar la magnitud del impulso perpendicular dado a un electrón consideramos la fuerza del campo eléctrico en el sitio del electrón debido al ion pesado,

$$E = \frac{z^* e^2}{r^2}$$

donde z^* es la carga efectiva del ion (menor que la carga nominal z a bajas velocidades debido a la aceleración del electrón) según Montenegro et al],

$$z^* = z \left[\frac{1 - e^{-\alpha\mu} - \frac{1}{6\alpha\mu} e^{-2\alpha\mu}}{1 - e^{-\mu} - \frac{1}{6\mu} e^{-2\mu}} \right] \quad 1$$

donde $\alpha = z^{-2/3}$, y $\mu = v/v_b$ con $v_b = 2.18769 \times 10^8 \text{ cm/s}$ la velocidad de Bohr. La ecuación (3-1) anterior es válida para energías del ion arriba de 0.2 MeV/A. El impulso perpendicular a la trayectoria del ion incidente,



$$\Delta p_{\perp} = \int_{-\infty}^{+\infty} eE_{\perp} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} eE_{\perp} \frac{dx}{v} \quad , \quad 2$$

donde v es la velocidad del ion incidente y dx es una unidad de longitud de la trayectoria del ion. Considerando el flujo eléctrico a través de un cilindro imaginario infinitamente largo con radio igual a b que es el parámetro de impacto entre el electrón y la trayectoria del ion, El teorema de Gauss da

$$\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\perp} 2\pi b dx = 4\pi z^* e \quad 3$$

Por consiguiente, con las ecuaciones (2) y (3) , encontramos

$$\Delta p_{\perp} = \frac{2z^* e^2}{bv} \quad 4$$

En promedio, la energía transferida al electrón bajo esta aproximación de impulso es así

$$\omega = \frac{(\Delta p_{\perp})^2}{2m_e} = \frac{2}{m_e} \left(\frac{z^* e^2}{bv} \right)^2 \quad 5$$

Tratamos los electrones dispersados no relativísticamente ya que la energía máxima transferida a ellos por el ion incidente está bien abajo de 100 keV para los iones de interés. En una colisión elástica, el máximo momentum transferido al electrón estacionario es prácticamente igual a $2m_e v$ Esto implica de la ecuación (4) que ahí existe un parámetro impacto clásico mínimo

$$b_{\min} \approx \frac{z^* e^2}{m_e v^2} \quad 6$$

Si se hace la suposición de que el alcance práctico del electrón puede ser escrito como una simple ley potencial de su energía inicial (como sugieren los experimentos) de la forma

$$R = a\omega_0^n \quad 7$$

Sustituyendo para la energía de la ecuación (5) y resolviendo para el parámetro de impacto, obtenemos

$$b = \frac{z^*}{v} \left(\frac{2e^4}{m_e} \right)^{1/2} \left(\frac{a}{R} \right)^{1/2n} \quad 8$$

El número de electrones con un parámetro de impacto entre b y $b+db$ por unidad de la trayectoria del ion incidente es

$$dN(b) = 2\pi \aleph b db \quad 9$$

donde \aleph es el número de electrones por unidad de volumen del material,



$$\mathfrak{N} = N_A \cdot \frac{Z_{eff}}{A_{eff}} \cdot \rho, \quad 10$$

con N_A el número de Avogadro y donde A_{eff} y Z_{eff} son, respectivamente, la masa y la carga efectiva, respectivamente, del material centelleador, calculados como

$$Z_{eff} = \frac{\sum n_i f_i}{\sum n_i} \quad \text{y} \quad A_{eff} = \frac{\sum n_i A_i}{\sum n_i}$$

con la fracción n_i de átomos del elemento i en el material centelleador, y ρ la densidad del material en g/cm^3 . El número de electrones que después de las interacciones tendrán un alcance entre R y $R+dR$ es entonces

$$dN(R) = \frac{dN(b)}{db} \frac{db}{dR} dR = \pi \mathfrak{N} \frac{2e^4}{m_e} \frac{a^{1/n}}{n} \frac{z^*}{v^2} \frac{1}{R^{1+1/n}}. \quad 11$$

En realidad la distribución de los electrones dispersados no se espera que siga la forma de la ecuación (11) debido a la contribución de los electrones retrodispersados. Grandes ángulos de dispersión ocurren cuando los electrones colisionan con el núcleo atómico del material. El coeficiente de reflexión para electrones incidentes sobre un absorbedor grueso se encuentra experimentalmente que es relativamente independiente de la energía del electrón sino que es una función monótonamente creciente del número atómico del material absorbedor. Usando la fórmula de Rutherford y suponiendo solo un electrón dispersado, Everhart derivó una expresión para el número de electrones de alcance nominal de alcance R que realmente llega a una profundidad r (r menor o igual a R) en el material como

$$N(r, R) = N_0(R) \left(1 - \frac{r}{R}\right)^d$$

donde $N_0(R)$ es el número de electrones incidentes de alcance nominal R . Buenos ajustes de un coeficiente de reflexión se obtienen con diferentes datos experimentales para electrones de energía entre 10 y 100 keV y para materiales con números atómicos entre $z=5$ y $z=60$ si la potencia d es tomada como [15]

$$d = 0.045z. \quad 12$$

La probabilidad de un electrón de alcance nominal R a una distancia r o mayor de la trayectoria del ion puede por consiguiente ser escrita como

$$P(r, R) = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^d \quad 13$$

La densidad total de deposición de energía, por unidad de trayectoria de longitud del ion incidente, para electrones de todos los alcances nominales entre r y el alcance máximo posible de los electrones $R_{\text{máx}}$ (donde $R_{\text{máx}}$ se determina de la densidad de energía depositada $b_{\text{mín}}$ a través de la ecuación 8) a un radio r de la trayectoria del ion es entonces

$$\rho(r) = -\frac{d}{dA} \int_r^{R_{\text{máx}}} P(r, R) \omega(r, R) dN(r). \quad 14$$

donde $\omega(r, R)$ es la energía de un electrón de alcance nominal R a una distancia r de la trayectoria del ion, y donde la diferenciación es con respecto al área transversal a la trayectoria. La ecuación (14) es la razón de cambio (por unidad



de área) del flujo de energía llevado por los electrones a través de un cilindro de radio r , el cual es igual la densidad de energía depositada como una función de r . Esta ecuación contiene la suposición implícita de que la energía residual del electrón retrodispersado es depositada en el radio al cual se retrodispersa. Esto es, no se considera alguna componente del flujo de energía que se mueva hacia atrás. Se puede justificar esto estableciendo que, a primer orden, el número de electrones que se retrodispersan fuera de la región deberían ser iguales al número de electrones que se retrodispersan dentro de la región.

La energía residual $\omega(r, R)$ de un electrón a una distancia r de la trayectoria del ion, se obtiene integrando la pérdida de energía específica $d\omega/dr$ del electrón hasta este radio. Escribimos para la pérdida específica de energía del electrón

$$-\frac{d\omega}{dr} = \frac{1}{na\omega^{(n-1)}} \quad 15$$

Donde a es una constante. La relación alcance-energía es así:

$$R = \int_{\omega_0}^0 \frac{d\omega}{\frac{d\omega}{dr}} = a\omega_0 \quad 16$$

Integrando la ecuación (15) de la energía inicial del electrón para alguna energía intermedia $\omega(r, R)$ y haciendo uso de la ecuación llegamos a la siguiente expresión

$$\omega(r, R) = \left(\frac{R}{a}\right)^{\frac{1}{n}} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{n}} \quad 17$$

Suponiendo que la energía del electrón es del mismo orden o menor que la energía de ionización del medio, dando aproximadamente $I_k \text{ (eV)} = 11.3(Z-1)^2$, entonces se encuentra que el potencial de ionización promedio (I) decrece aproximadamente de manera lineal con el decrecimiento de ω . El término logarítmico en la ecuación de Bethe es entonces una constante y llegamos a la ecuación (15) con $n=2$. La ecuación (17) puede entonces ser escrita en términos de los electrones no relativísticos para dar la conocida ley de Thomson-Whiddington.

$$v^2 = v_0^4 - f\rho r \quad 18$$

Donde f es una constante y ρ es la densidad del material. La comparación de la relación alcance-energía, ecuación (16), con datos experimentales para electrones de energía menor a 100 keV sugiere, sin embargo, que éste exponente ($n=2$) es algo grande también, el mejor para ajustar los datos experimentales debe estar entre 1.6 y 1.7.

Basados en la teoría de Lindhard, Kanaya y Okayama iniciaron con un potencial semiempírico para el electrón interactuando con el átomo blanco. Ellos llegaron a la ecuación (15) con $n=5/3$, el cual da una relación alcance-energía que corresponde cercanamente al experimento. En su caso la constante a es

$$a = \frac{5.025 \times 10^{-12} A_{eff}}{0.182 \rho Z_{eff}^{8/9}} \quad 19$$

dando un alcance R en cm si ω está en eV y donde ρ es la densidad del material en g/cm^3 y A_{eff} y Z_{eff} son, respectivamente, la masa atómica y carga efectiva respectivamente del material compuesto.

Si el valor escogido para la potencia n en la relación alcance energía, con las ecuaciones (11), (13), y (17) la densidad de deposición de energía, ecuación (14), se vuelve



$$\rho(r) = -\pi N_s \frac{2 e^4 z^{*2}}{n m_e v^2} \frac{1}{2\pi r} \times \frac{d}{dr} \int_r^{R_{\max}} \frac{\left(1 - \frac{r}{R}\right)^{d+\frac{1}{n}}}{R} dR. \quad 20$$

Evaluando la ecuación (20), llegamos a una expresión general para la densidad de deposición de energía por unidad de trayectoria de longitud del ion incidente como una función de la distancia radial r ($b_{\min} < r < R_{\max}$) de la trayectoria del ion,

$$\rho(r) = N_s \frac{e^4 z^{*2}}{n m_e v^2} \frac{1}{r^2} \left[1 - \frac{r}{R_{\max}} \right]^{d+\frac{1}{n}}, \quad 21$$

donde $d = 0.045 Z_{\text{eff}}$. De las ecuaciones (6) y (8) encontramos

$$R_{\max} \approx a(2m_e)^n v^{2n}.$$

Es interesante notar que por ec. (21) excepto para el término adicional en paréntesis cuadrados ésta expresión es equivalente a la usada por Luntz [13] que fue obtenida por comparación directa con los cálculos numéricos de Kobetich y Katz. La importancia del término adicional en paréntesis.

$$\left(1 - \frac{r}{R_{\max}} \right)^d$$

se incrementa cuando la Z_{eff} del medio se incrementa y puede ser atribuida al efecto de retrodispersión del electrón.

3. APLICACIÓN A UN MODELO DE LUMINISCENCIA

La densidad regional de pares de e-h ó estructuras moleculares excitadas (portadores de energía) creados en el material centelleador se supone que sea proporcional a la densidad de deposición de energía. Esto, por ejemplo, ha sido verificado experimentalmente que la producción de electrones secundarios en la superficie de un material es directamente proporcional a la densidad de deposición de energía en la superficie. Los efectos sin especificar su naturaleza (ciertamente diferente para materiales orgánicos e inorgánicos) considerando que hay una densidad máxima de deposición de energía ρ_q mayor que la densidad de deposición de energía remanente a un valor máximo constante.

La densidad quenching ρ_q es una constante inherente del material centelleador. Su valor puede ser determinado obteniendo un mejor ajuste de la curva L versus E_0 (donde E_0 es la energía del ion incidente) generada con el modelo que la curva experimental equivalente, mientras varía ρ_q , para un solo ion. La distancia r_q de la trayectoria del ion incidente a la cual la energía de depositación disminuye debajo de la densidad quenching puede ser calculada a través de un proceso iterativo (el método de Newton resultó ser el más apropiado) de la ecuación 21 con $\rho(r)$ reemplazada por ρ_q . La densidad específica de portadores de energía (por unidad de trayectoria de longitud del ion) es entonces:

$$\frac{dN_e}{dx} = K \left[\pi r_q^2 \rho_q + \int_{r_q}^{R_{\max}} \rho(r) 2\pi r dr \right], \quad 22$$

donde K es la constante que relaciona la energía depositada al número de portadores de energía formados. A continuación se supone que la producción de luz regional es proporcional a la densidad regional de portadores de energía dando



$$\frac{dL}{dx} = C \frac{dN_e}{dx}, \quad 23$$

donde C es una constante de normalización global que incluye la constante K , ganancia experimental, y una constante de proporcionalidad que relaciona la densidad de portadores de energía con la luz producida. Se puede argüir que la ecuación (22) es algo no físico debido a la discontinuidad en la contribución al radio quenching r_q . Alcanzando un valor máximo constante de la luz regional producida es quizá una idealización pero está de acuerdo con el comportamiento observado. Una aproximación más continua, en completo acuerdo con la formulación de Birks y con experimentos donde se observa la degradación de la eficiencia de la luminiscencia en materiales orgánicos con altas dosis de rayos γ e irradiación con electrones, debiera ser

$$\frac{dL}{dx} = C \int_{b_{\min}}^{R_{\max}} \frac{\rho(r)}{1 + \frac{\rho(r)}{\rho_q}} 2\pi r dr \quad 24$$

Se encontró, sin embargo, que esta aproximación lleva a solo un muy ligero mejoramiento en la comparación con los datos a la teoría, con la desventaja de que no se pueda llevar a cabo la integración analíticamente. Como una aproximación alternativa, se ha intentado probar la suposición incorporada en el modelo original de Luntz de que la luz producida recibe una contribución despreciable de la región de alta densidad alrededor de la trayectoria debido a la competencia entre eventos no radiativos. Sin embargo, en todos los casos, esto dio malos ajustes a los datos que la suposición de una contribución máxima constante. Por lo que se usará mejor la ecuación (22) como la que más adecuadamente representa los procesos quenching.

La integración de la ecuación (22) puede ser más fácilmente llevada a cabo analíticamente si la potencia $d+1/n$ en la ecuación (20) para ρ es un simple número racional. Si tomamos $n=5/3$ encontramos que para el material centelleador CsI, $Z_{\text{eff}}=54$, $d+1/n$ nos da aproximadamente 3.03 que lo podemos hacer igual a 3. Para el centelleador NaI, $Z_{\text{eff}}=32$ resulta que $d+1/n = 2.04 \sim 2$ y para el plástico centelleador CH, $Z_{\text{eff}}=3.5$ se obtiene $d+1/n = 0.7575 \sim 3/4$. Sustituyendo para ρ_q y $\rho(r)$ de la ecuación (21) y llevando a cabo la integral en la ecuación (22), se llega a

$$\frac{dL}{dx} = \pi C N_s \frac{6 e^4 z^{*2}}{5 m_e V^2} \left[\frac{1}{6} \mathfrak{R}^3 - \frac{1}{2} \mathfrak{R}^2 - \mathfrak{R} - \ln(1-\mathfrak{R}) \right] \quad 25$$

para CsI, con

$$\mathfrak{R} = \left(1 - \frac{r_q}{R_{\max}} \right)$$

que puede ser interpretado como la fracción de la extensión radial total de la región de deposición de energía la cual está en la región no quenchada.

Para NaI

$$\frac{dL}{dx} = \pi C N_s \frac{6 e^4 z^{*2}}{5 m_e V^2} \left[-\mathfrak{R} - \ln(1-\mathfrak{R}) \right] \quad 26$$

y para plástico CH,

$$\frac{dL}{dx} = \pi C N_s \frac{6 e^4 z^{*2}}{5 m_e V^2} \left[-\frac{5}{6} \mathfrak{R}^{3/4} + \ln \left(\frac{1+\mathfrak{R}^{1/4}}{1-\mathfrak{R}^{1/4}} \right) \right] - 2 \tan^{-1} \mathfrak{R}^{1/4}. \quad 27$$

La respuesta de luz total producida de un centelleador grueso inducida por el frenado de un ion de energía incidente E_0 puede ser obtenido sumando la ecuación apropiada (25) a (27) sobre pequeños segmentos finitos Δx del alcance del ión. La pérdida de energía del ión en cada segmento finito puede ser obtenida usando la regla de Bragg para el poder de frenado de un medio compuesto.



$$S = \sum_i w_i S_i \quad 28$$

donde

$$S = \frac{1}{\rho \left(\frac{dE}{dx} \right)}$$

y w_i es la fracción de peso del átomo en el medio i . El poder de frenado S^z de un ion de carga nominal puede ser dado en términos del poder de frenado de un protón S^p en el mismo material por

$$S^z(E) = z^{*2} S^p(E/A) \quad 29$$

donde z^* es la carga efectiva (Montenegro et al) y donde A es el número de masa del ion. Para una energía por nucleón E/A del ion entre 10^3 y 10^5 keV/uma, se ha usado la parametrización de Bird et al.

$$S^p(E/A) = 602.204 A \frac{a_1}{\beta^2} \times \ln \left[\frac{a_2 \beta^2}{1 - \beta^2} - \beta^2 - \sum_{j=0}^4 a_{j+3} [\ln(E/A)]^j \right] \quad 30$$

en MeV/(g/cm²) con las constantes a_j , como se listan en el trabajo de Bird, dependientes del material.

4. FENÓMENOS FÍSICOS NO TOMADOS EN CUENTA POREL MODELO MICHAELIAN-MENCHACA.

En principio, el modelo M-M desprecia justificadamente fenómenos que no son importantes para iones que viajan a energías intermedias tales como:

- La polarización del material blanco
- Interacciones nucleares (frenado nuclear) entre el ion incidente y los núcleos del material (excitaciones y reacciones).

El primero es observado cuando, en el material luminiscente, varios átomos del sólido interactúan simultáneamente con el ion. El efecto colectivo de éstos sobre la deposición de energía es considerado macroscópicamente como el resultado de la polarización dieléctrica del medio por su carga eléctrica. Sin embargo, para iones no relativistas, los efectos tienen sólo una pequeña influencia en la deposición de la energía.

La sección eficaz total de los iones en la materia puede ser dividido en dos partes:

- La interacción del ion con los electrones del átomo blanco (frenado electrónico) y
- La interacción con los núcleos blanco (frenado nuclear).

La componente del frenado nuclear es muy pequeña a energías del ion arriba de 0.2 MeV/A, por ejemplo, 1% de frenado electrónico. Ya que por mucho la principal componente de la luz producida por los iones de interés en este trabajo resultan de energías de ion arriba de 0.2 MeV/A, el frenado nuclear será ignorado.

Adicionalmente, como el ion incidente atraviesa el medio y se frena hasta el orden de la velocidad de Bohr, inicia atrapando electrones del medio y por lo mismo reduce su carga efectiva. El valor de su carga efectiva z^* es adecuadamente tomado en cuenta en la expresión de Montenegro. Para velocidades muy bajas (cuando el ion tiene



carga ~ 1) la carga real presenta marcadas discontinuidades y la expresión para la carga efectiva ya no es adecuada. Afortunadamente, este efecto es solo importante para energías debajo de 0.2 MeV/A, por consiguiente este efecto no es tomado en cuenta en esta tesis. La expresión para z^* es válida para energías del ion arriba de 0.2 MeV/A.

Sugiero que las desviaciones de las predicciones de M-M de los valores experimentales a energías bajas, se encuentran, en su mayor parte, en la aproximación clásica del modelo M-M para el parámetro de impacto. El modelo considera que en una colisión elástica clásica existe un parámetro de impacto clásico mínimo dado por la ecuación (3-6) y éste es determinado considerando el ion entrante como una partícula clásica.

Sin embargo, en una descripción rigurosa, una partícula debe ser considerada como un paquete de ondas propagándose en el espacio con una velocidad de grupo igual a la velocidad de la partícula. El ancho, Δx , de su paquete de onda y la dispersión de del momento lineal Δp , de las componentes del tren de ondas, están relacionadas a través de principio de incertidumbre de Heisenberg. La Mecánica Cuántica da así un nuevo límite para el parámetro de impacto b_{\min} ya que un electrón puede ser solamente localizado con respecto al ion, con una precisión Δx que coincide con su longitud de onda de De Broglie.

En esta tesis b_{\min} es modificado usando la expresión de deposición de energía determinada por Bethe y la longitud de onda de De Broglie para obtener un nuevo parámetro de impacto b_{\min} . Esta ligera modificación del modelo M-M produce, como se mostrará, un mejor ajuste para datos experimentales a bajas energías.

5. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO DE IMPACTO CUÁNTICO

Sugerimos que las desviaciones de las predicciones de los valores experimentales a energías menores, se encuentran en mayor grado en la aproximación clásica del modelo de M-M para el parámetro de impacto. El modelo considera que en una colisión elástica clásica existe un parámetro de impacto clásico mínimo dado por la ec. (6) y éste es determinado considerando el ion entrante como una partícula clásica. Sin embargo, en una descripción rigurosa, una partícula debe ser considerada como un paquete de onda que se propaga en el espacio con una velocidad de grupo igual a la velocidad de la partícula. El ancho, Δx , de éste paquete de onda y la dispersión del momento lineal, Δp , de los componentes del tren de ondas, están relacionados a través del principio de incertidumbre de Heisenberg.

La mecánica cuántica así da un nuevo límite para el parámetro de impacto mínimo b_{\min} . Ya que un electrón puede solamente ser localizado con respecto al ion, con una precisión Δx que coincide con su longitud de onda de De Broglie, esto es

$$b_{\min q} = \frac{\hbar}{p} \quad 31$$

En esta tesis b_{\min} es modificado usando la expresión para la deposición de energía usada por Bethe.

Y la longitud de onda de De Broglie para obtener un nuevo parámetro de impacto $b_{\min q}$. Esta leve modificación del modelo M-M produce, como se verá más adelante, un mejor ajuste a los datos experimentales a bajas energías.

Un parámetro de impacto cuántico, $b_{\min q}$, usando la longitud de onda de De Broglie del electrón es:

$$b_{\min q} = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar}{mv\gamma} \quad 32$$

Aquí,

Debido a que $\beta \approx 0$ y $\gamma \approx 1$ para bajas energías se tiene que



$$b_{\min_q} = \frac{\hbar}{mv} \quad 33$$

es el parámetro de impacto que sustituirá, en el modelo M-M, el parámetro de impacto clásico. Alternativamente se puede encontrar otro parámetro de impacto cuántico, volvemos a usar la aproximación de Bethe-Bloch para la pérdida específica de energía por unidad de trayectoria del ion dE/dx , es decir

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi\aleph \frac{Z^2 e^4}{mv^2} \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{db}{b} = 4\pi\aleph \frac{Z^2 e^4}{mv^2} \ln\left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}}\right). \quad 34$$

Donde \aleph es el número de electrones por unidad de volumen del material. La fuerza del electrón como una función del tiempo durará. En una aproximación clásica, un pulso $\tau=b/v$, no relativista. Se demuestra que si $1/\tau$ es mucho menor que la frecuencia de vibración ν de un electrón en un átomo, entonces el electrón no absorbe energía, es decir la probabilidad para una transición a un estado superior es pequeña (condición cuántica adiabática). La condición cuántica adiabática incluyendo efectos relativistas da un valor limitante para b_{\max}

$$b_{\max} = \frac{v}{\langle \nu \rangle \sqrt{1 - \beta^2}}. \quad 35$$

Aquí, $\langle \nu \rangle$, es una frecuencia promedio apropiada para electrones en el material absorbente, y $\beta = v/c$.

Otro parámetro de impacto mínimo b_{\min} , usando la longitud de onda de De Broglie del electrón es:

$$b_{\min_q} = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar \sqrt{1 - \beta^2}}{mv}. \quad 36$$

Introduciendo estos dos valores límites en $-dE/dx$ se obtiene:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} \aleph \left[\ln\left(\frac{m_e v^2}{\hbar \langle \nu \rangle (1 - \beta^2)}\right) \right]. \quad 37$$

Un cálculo más preciso hecho por Bethe lleva a la siguiente fórmula del poder de frenado:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} \aleph \left[\ln\left(\frac{2m_e v^2}{I(1 - \beta^2)}\right) - \beta^2 \right]. \quad 38$$

Dónde I es el potencial de ionización promedio y está dado por:

$$I = 2 \pi \hbar \langle \nu \rangle. \quad 39$$

Ahora si se igualan las ecs. (34) y (38) y usando (35) se obtiene:

$$\ln\left(\frac{2m_e v^2}{I(1 - \beta^2)}\right) - \beta^2 = \ln\left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}}\right) \quad 40$$

De dónde resulta:



$$b_{\min_q} = b_{\max} \left(\frac{2m_e v^2}{I(1-\beta^2)} e^{-\beta^2} \right), \quad 41$$

ó

$$b_{\min_q} = \frac{\hbar}{2m_e v \gamma e^{-\beta^2}}. \quad 42$$

Aquí $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Este parámetro cuántico puede ser útil incluso para energías mayores (intervalo relativista).

6. APLICACIÓN DEL MODELO PARA IONES DE BAJA ENERGÍA

Clásicamente el impulso máximo impartido a un electrón por un ion, no puede sobrepasar a $p=2m_e v$. Esto implica que existe un parámetro de impacto clásico mínimo. De la ecuación (6) y de la ecuación (7) se puede ver que el alcance máximo del electrón bajo esta aproximación clásica es:

$$R_{\max} \approx a(2m_e)^n v^{2n}$$

y dado que la mecánica cuántica da otro límite para b_{\min}

$$b_{\min_q} = \frac{\hbar}{m_e v} \quad 36$$

o bien

$$b_{\min_q} = \frac{\hbar}{2m_e v \gamma e^{-\beta^2}} \quad 41$$

con lo cual el alcance máximo que se obtiene con el parámetro de impacto queda como

$$R_{q_{\max}} = a \left(\frac{2z^* e^4}{v^2 b_{q_{\min}}^2 m_e} \right)^n \quad 43$$

por lo tanto la ecuación (21) toma la forma

$$\rho(r) = N \frac{e^4 z^{*2}}{nm_e v^2} \frac{1}{r^2} \left[1 - \frac{r}{a \left(\frac{2z^* e^4}{v^2 b_{q_{\min}}^2 m_e} \right)^n} \right]^{d+\frac{1}{n}} \quad 44$$

al sustituir la ec. (43) en la ec.(44) implica que la ecuación (25) para la luminiscencia específica, formalmente

permanece igual pero internamente queda

$$\mathfrak{R} = \left(1 - \frac{r_q}{a \left(\frac{2z^2 e^4}{v^2 b_{q\min}^2 m_e} \right)^n} \right)$$

45

en este punto se aplican las ecuaciones (28), (29) y (30) para obtener la luz total producida en el centelleador inducida por el frenado de un ion incidente de energía E_0 .

Las gráficas de $L(E)$ obtenidas con este nuevo parámetro de impacto para los datos de Martínez-Dávalos et al. para $z=1$, $z=2$ y $z=6$ que nos permite optimizar la densidad quenching que nos da un valor de $\rho_q=8 \times 10^8 \text{ erg/g}$ el cual es usado en los cálculos donde se comparan los datos con el parámetro clásico y cuántico.

7. ANALISIS DE RESULTADOS

La figura 1 muestra los datos experimentales de Martínez-Dávalos et al , para la respuesta de luz producida (en unidades arbitrarias) de un detector de CsI(Tl) como una función de la energía incidente para iones de ^1H , ^4He y ^{12}C en el intervalo de energía de 1-3 MeV/A. Las líneas punteadas corresponden a resultados del modelo original M-M, usando una densidad de energía quenching de $2.3 \times 10^8 \text{ erg/g}$ y la expresión para el parámetro de impacto clásico. Las líneas sólidas representan las predicciones de esta tesis usando una densidad quenching óptima de $8 \times 10^8 \text{ erg/g}$ y el parámetro de impacto cuántico por mí propuesto.

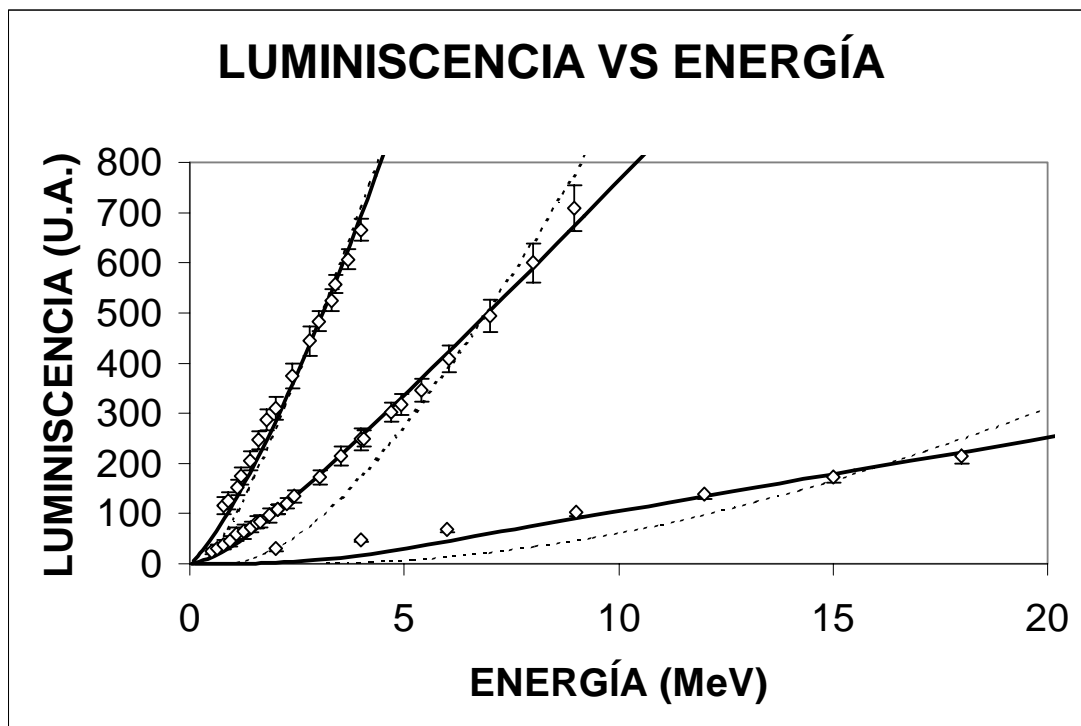


Fig. 1

La tabla (1) compara la χ^2 por grado de libertad de los valores del modelo que ajustan los datos tanto con los



parámetros de impacto clásico y cuántico. En el caso cuántico como se observa los valores de χ^2 es significativamente menor para todos los iones.

TABLA 1

Z	χ^2 (b_{\min} Clásico)	χ^2 (b_{\min} Cuántico)
1	4.67	2.52
2	33.97	0.76
6	19.97	4.71

8. REFERENCIAS

- [1] K. Michaelian, A. Menchaca- Rocha, Phys. Rev. B **49** (1994) 15550.
- [2] A. Martínez – Dávalos, E. Belmont- Moreno, K. Michaelian, A. Menchaca- Rocha, J. Lumin. **72**, 769- 771 (1997).9
- [3] E. C. Montenegro, S.A. Cruz, C. Vargas- Aburto, Phys. Lett. **92 A** 195 (1982).
- [4] S. P. Ahlen, Rev. Mod. Phys. **52**, 121 (1980).
- [5] J. B. Birks, *Theory and Practice of Scintillation Counting* (Pergamon, New York, 1964).
- [6] G. F. J. Garlick, *Luminescence*, Handbuch der PHYSIK, XXVI, (SPRINGER – VERLAG, 1958).
- [7] E. Segré, *Nuclei and Particles*, (W. A. Benjamin, New- York, 1960).